1 O Mecanismo de Higgs

As teorias de gauge funcionaram muito bem para explicar os fenômenos da QED e QCD, porém vimos que existe um problema quando tentamos utilizar tal teoria na descrição das interações fracas: ela exige que os bósons de gauge não tenham massa, o que não ocorre com $W\pm$ e Z^0.

Para entender como isto pode ser contornado considere dois campos escalares ϕ_1 e ϕ_2 e defina:

$$\phi = \phi + i\phi_2 \tag{1}$$

Considere ainda que o campo ϕ participa de um fenômeno descrito pela seguinte Lagrangiana:

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)^*(\partial^\mu\phi) + \frac{1}{2}\mu^2(\phi^*\phi) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2 \tag{2}$$

onde consideramos termos do campo com ordem até quatro para que a teoria seja renormalizável. As constantes μ e λ são reais, portanto suas potências pares são positivas.

Por essas condições é fácil ver que essa Lagrangiana é invariante por transformações $U(1)$ globais. Mas como sempre, queremos que ela apresente simetria local e para isso precisamos definir as derivadas covariantes. Como impomos que a simetria seja $U(1)$ local, então só há um gerador e, consequentemente, um bóson de gauge associado (tal como na eletrodinâmica), então:

$$D_\mu = \partial_\mu - igA_\mu \tag{3}$$

Quando escrita em função da derivada covariante, a Lagrangiana (2) assume a seguinte forma (já acrescida do termo cinético do bóson de gauge A_μ):

$$\mathscr{L} = \frac{1}{2}\left[(\partial_\mu + igA_\mu)\phi^*\right]\left[(\partial^\mu - igA^\mu)\phi\right] + \frac{1}{2}\mu^2(\phi^*\phi) - \frac{1}{4}\lambda^2(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} \tag{4}$$

O fato do coeficiente que acompanha a potência quadrada do campo ϕ ser posivo significa que ele não representa a massa da partícula descrita por esse campo. Isso ocorre porque inicialmente escolhemos o vácuo como sendo o ponto onde $\phi = 0$, mas esse ponto não coincide com o mínimo global da energia potencial descrita pela Lagrangiana (2). Ou seja, não estamos perturbando o vácuo, mas sim um estado já excitado.

Então nossa primeira tarefa é redefinir o vácuo. No caso da Lagrangiana (2), o potencial tem seu valor mínimo em uma circunferência de raio μ/λ centrada na origem do plano $\phi_1 \times \phi_2$, isto é, o mínimo do potencial satisfaz:

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \tag{5}$$

portanto, podemos redefinir ϕ_1 e ϕ_2 de modo que

$$\eta \equiv \phi_1 - \mu/\lambda \quad , \quad \xi \equiv \phi_2 \tag{6}$$

Nossa Lagrangiana fica então:

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L} \quad = \quad & \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2\eta^2\right] + \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi)\right] \\
+ \quad & \left[-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \frac{1}{2}\left(g\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 A_\mu A^\mu\right] \\
+ \quad & \left\{g[\xi(\partial_\mu \eta) - \eta(\partial_\mu \xi)]A^\mu + \frac{\mu}{\lambda}g^2\eta A_\mu A^\mu\right. \\
+ \quad & \left.\frac{g^2}{2}(\xi^2+\eta^2)A_\mu A^\mu - \lambda\mu(\eta^3+\eta\xi^2) - \frac{\lambda^2}{4}(\eta^4 + 2\eta^2\xi^2 + \xi^4)\right\} \\
+ \quad & g\frac{\mu}{\lambda}(\partial_\mu \xi)A^\mu + \left(\frac{\mu^2}{2\lambda}\right)^2 \qquad (7)
\end{aligned}
$$

À primeira vista parece que não foi vantajoso redefinir o vácuo, afinal a Lagrangiana (7) não manifesta mais sua invariância por transformações $U(1)$ locais, ou seja, aparentemente ela teve sua simetria quebrada. No entanto, a simetria ainda existe; ela só está "escondida", afinal fizemos apenas uma mudança de variável. Esse processo denomina-se *quebra espontânea de simetria*.

A Lagrangiana na forma (7) tem muito mais informações físicas do que a (2); se analisarmos cada um dos termos de (7) veremos, por exemplo, que o bóson de gauge A_μ adquiriu uma massa $M = g\mu/\lambda$. Perceba que nesse caso o coeficiente do termo de massa deve ser positivo, tal como o é na Lagrangiana de Proca.

Além da aquisição de massa pelo bóson de gauge, a Lagrangiana (7) revela ainda que há um bóson sem massa ξ, chamado de bóson de Goldstone, que apresenta um acoplamento bilinear com o campo A_μ. Esse acoplamento está evidenciado pelo termo $(g\mu/\lambda)(\partial_\mu\xi)A^\mu$. Misturas deste tipo são inconvenientes, pois os campos não estão representando autoestados de massa. Podemos "desembaraçar"estes campos usando a invariância de gauge $U(1)$ local de (2). Escrevendo explicitamente essas transformações teremos:

$$
\begin{aligned}
\phi \to \phi' \quad &= \quad (\cos\theta + i\sin\theta)(\phi_1 + \phi_2) \\
&= \quad (\phi_1\cos\theta - \phi_2\sin\theta) + i(\phi_1\sin\theta + \phi_2\cos\theta) \qquad (8)
\end{aligned}
$$

então, sob o gauge $\theta = -\arctan(\phi_2/\phi_1)$ teremos $\phi'_2 = 0$, ou seja, ϕ' real. Com isso, podemos reescrever a Lagrangiana (7) e todos os termos que envolvem ξ desaparecem:

$$
\begin{aligned}
\mathscr{L} \quad = \quad & \left[\frac{1}{2}(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2\eta^2\right] + \left[-\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu}\frac{1}{2}\left(g\frac{\mu}{\lambda}\right)^2 A_\mu A^\mu\right] \\
+ \quad & \left\{\frac{\mu}{\lambda}g^2\eta A_\mu A^\mu + \frac{1}{2}g^2\eta^2 A_\mu A^\mu - \lambda\mu\eta^3 - \frac{\lambda^2}{4}\eta^4\right\} \\
+ \quad & \left(\frac{\mu^2}{2\lambda}\right)^2 \qquad (9)
\end{aligned}
$$

Desse modo, restaram apenas duas partículas: um escalar massivo η (o Higgs) e um bóson de gauge massivo A_μ. Informalmente costuma-se dizer que os bósons de gauge "engolem"os bósons de Goldstone para adquirir massa e polarização longitudinal.

Esse é o famoso *mecanismo de Higgs*, extremamente importante por restaurar a massa das partículas no Modelo Padrão. Por isso, entendemos que os bósons $W^\pm$ e Z^0 tenham adquirido suas massas por um mecanismo de Higgs.